

ВАСЮНИН Денис Игоревич

**ДВУХСЛОЙНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД
РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ТЕЛА
В ВОЛНОВОДЕ**

01.01.07 – Вычислительная математика



А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ 2011

Работа выполнена на кафедре математики и суперкомпьютерного моделирования федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Пензенский государственный университет».

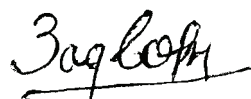
Научный руководитель –	доктор физико-математических наук, профессор Смирнов Юрий Геннадьевич.
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Ильинский Анатолий Серафимович; доктор физико-математических наук, доцент Карчевский Евгений Михайлович.
Ведущая организация –	Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), г. Москва.

Защита диссертации состоится 8 декабря 2011 г., в 16 часов, на заседании диссертационного совета Д 212.081.21 при Казанском (Приволжском) федеральном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18, корпус 2, ауд. 218.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н. И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета.

Автореферат разослан 7 ноября 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор



О. А. Задворнов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена разработке, обоснованию и реализации численного метода решения обратной краевой задачи определения диэлектрической проницаемости неоднородного тела, помещенного в волновод, по известному коэффициенту прохождения электромагнитной волны на различных частотах.

Актуальность темы. Решение обратных задач восстановления электрофизических параметров тела в волноводе является актуальным в связи с применением результатов решения задач в электронике СВЧ, в оптике, при изучении нанокompозитных материалов и метаматериалов. Данное направление – предмет исследования ряда авторов (Ю. В. Шестопалов, В. В. Яковлев, А. Б. Самохин, А. С. Ильинский, Ю. Г. Смирнов, Е. Е. Тыртышников). Изучение этой области электродинамики привело к активному и успешному применению численных методов для решения обратных задач. Однако при всем многообразии исследований до сих пор остались открытыми вопросы о разработке численных методов решения обратной задачи для неоднородных анизотропных тел произвольной формы, а также об обосновании и сходимости методов. Одной из важнейших является задача построения эффективных, высокоскоростных алгоритмов расчета, использующих современные кластерные технологии.

Цели работы:

- 1) постановка обратной краевой задачи определения анизотропной диэлектрической проницаемости тела в волноводе по (измеренным) коэффициентам прохождения на различных частотах;
- 2) разработка численного метода решения обратной краевой задачи;
- 3) программная реализация численного метода на суперкомпьютере, его тестирование и проведение расчетов для конкретных образцов материалов.

Научная новизна:

– предложен оригинальный двухслойный итерационный метод решения обратной краевой задачи определения диэлектрической проницаемости неоднородного тела, помещенного в волновод, по известному коэффициенту прохождения электромагнитной волны на различных частотах. Задача сведена к объемному сингулярному интегродифференциальному уравнению на теле с дополнительным асимптотическим условием; доказаны теоремы о существовании и единственности решения для этой задачи;

– доказана теорема о сходимости двухслойного итерационного метода, получены оценки скорости сходимости;

– предложены и программно реализованы на суперкомпьютере параллельные вычислительные алгоритмы, позволяющие решать обратную задачу на диэлектрических телах произвольной формы.

Практическая значимость. Большое практическое значение в диссертационной работе имеют параллельные вычислительные алгоритмы для решения задач дифракции, реализованные на суперкомпьютерных вычислительных комплексах и позволяющие решать задачи с высокой точностью и приемлемым временем ожидания результатов вычислений. Важно также и то, что возможно решать задачи дифракции на диэлектрических телах произвольной формы.

Реализация и внедрение полученных результатов. Результаты, полученные в диссертации, включены в отчет по НИР, выполненной на кафедре математики и суперкомпьютерного моделирования Пензенского государственного университета: проект «Разработка методов суперкомпьютерного моделирования и GRID-технологий для определения эффективной диэлектрической и магнитной проницаемости нанокompозитных материалов и наноструктур различной геометрической формы» аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 годы)».

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научных конференциях и семинарах:

- научном семинаре кафедры математики и суперкомпьютерного моделирования Пензенского государственного университета;

- международной научно-методической конференции «Университетское образование» Пензенского государственного университета, Пенза, март 2011 г.;

- международной научно-технической конференции молодых специалистов, аспирантов и студентов «Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем» Пензенского государственного университета, Пенза, май 2011 г.;

- научном семинаре кафедры вычислительной математики Казанского (Приволжского) федерального университета, Казань, октябрь 2011 г.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 6 печатных работ, из них 2 работы – в журналах из списка, рекомендованного ВАК РФ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 74 наименований. Работа изложена на 101 странице машинописного текста, содержит 24 графика и 3 таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** приводится обзор работ по теме диссертации и вопросам, примыкающим к ней; обосновывается актуальность темы, формулируется цель работы, излагаются основные задачи и дается краткое содержание.

Глава 1 «Задача определения диэлектрической проницаемости образа материала» посвящена постановке задачи определения диэлектрической проницаемости образцов материалов (в частности, композитных

материалов) произвольной геометрической формы, помещенных в прямоугольный волновод с идеально проводящими стенками.

1.1 Краевая задача дифракции для системы уравнений Максвелла. Будем рассматривать метод определения диэлектрической проницаемости образца неоднородного материала (в частности, композитного материала). Для этого будем решать обратную краевую задачу для определения диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(x)$ тела, расположенного в волноводе. При этом магнитная проницаемость образца считается равной μ_0 .

Предварительно рассмотрим следующую (прямую) задачу дифракции. Пусть в декартовой системе координат $P = \{x : 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, -\infty < x_3 < \infty\}$ – волновод с идеально проводящей поверхностью ∂P . В волноводе расположено объемное тело Q ($Q \subset P$ – область), характеризующееся постоянной магнитной проницаемостью μ_0 и положительной 3×3 -матрицей-функцией (тензором) диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(x)$. Компоненты $\hat{\epsilon}(x)$ являются ограниченными функциями в области \bar{Q} , $\hat{\epsilon} \in L_\infty(Q)$, а также $\hat{\epsilon}^{-1} \in L_\infty(Q)$. Граница ∂Q области Q кусочно-гладкая.

Требуется определить электромагнитное поле $\mathbf{E}, \mathbf{H} \in L_{2,\text{loc}}(P)$, возбуждаемое в волноводе сторонним полем с временной зависимостью вида $e^{-i\omega t}$. Источник стороннего поля – электрический ток $\mathbf{j}^0 \in L_{2,\text{loc}}(P)$. Будем искать обобщенные решения системы уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{H} = -i\omega \hat{\epsilon} \mathbf{E} + \mathbf{j}_E^0, \text{rot } \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \mathbf{H}. \quad (1.1)$$

Эти решения должны удовлетворять условиям на бесконечности: поля \mathbf{E} и \mathbf{H} при $|x_3| > C$ для достаточно больших $C > 0$ имеют представление (+ соответствует $+\infty$, – соответствует $-\infty$):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \sum_p R_p^{(\pm)} e^{i\gamma_p^{(1)}|x_3|} \begin{pmatrix} \lambda_p^{(1)} \Pi_p e_3 - i\gamma_p^{(1)} \nabla_2 \Pi_p \\ -i\omega \epsilon_0 (\nabla_2 \Pi_p) \times e_3 \end{pmatrix} + \\ + \sum_p Q_p^{(\pm)} e^{i\gamma_p^{(2)}|x_3|} \begin{pmatrix} i\omega \mu_0 (\nabla_2 \Psi_p) \times e_3 \\ \lambda_p^{(2)} \Psi_p e_3 - i\gamma_p^{(2)} \nabla_2 \Psi_p \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

где $\gamma_p^{(j)} = \sqrt{k_0^2 - \lambda_p^{(j)}}$, $\text{Im } \gamma_p^{(j)} > 0$ или $\text{Im } \gamma_p^{(j)} = 0$, $k\gamma_p^{(j)} \geq 0$ и $\lambda_p^{(1)}$, $\Pi_p(x_1, x_2)$ и $\lambda_p^{(2)}$, $\Psi_p(x_1, x_2)$ ($k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$) – полная система собственных значений и ортонормированных в $L_2(\Pi)$ собственных функций двумерного оператора Лапласа $-\Delta$ в прямоугольнике $\Pi := \{(x_1, x_2) : 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b\}$ с услови-

ями Дирихле и Неймана соответственно; $\nabla_2 \equiv e_1 \partial/\partial x_1 + e_2 \partial/\partial x_2$. Для коэффициентов разложений (1.2) имеют место оценки (для всех $m \in N$):

$$R_p^{(\pm)}, Q_p^{(\pm)} = O(p^m), p \rightarrow \infty. \quad (1.3)$$

Для \mathbf{E} , \mathbf{H} должны выполняться краевые условия на стенках волновода:

$$\mathbf{E}_\tau|_{\partial P} = 0, \mathbf{H}_\nu|_{\partial P} = 0. \quad (1.4)$$

Пусть также \mathbf{E}^0 и \mathbf{H}^0 – решения рассматриваемой краевой задачи в отсутствие неоднородного тела Q , $\hat{\varepsilon}(x) = \varepsilon_0 \hat{I}$, $x \in P$ (\hat{I} – единичный тензор):

$$\text{rot } \mathbf{H}^0 = -i\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}^0 + \mathbf{j}_E^0, \quad \text{rot } \mathbf{E}^0 = i\omega\mu_0 \mathbf{H}^0 \quad (1.5)$$

с краевыми условиями

$$\mathbf{E}_\tau^0|_{\partial P} = 0, \mathbf{H}_\nu^0|_{\partial P} = 0. \quad (1.6)$$

1.2 Тензорная функция Грина прямоугольного волновода.

Построим диагональный тензор Грина \hat{G}_E , компоненты которого являются фундаментальными решениями уравнения Гельмгольца в P с коэффициентом $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$ и удовлетворяют краевым условиям первого или второго рода на ∂P , обеспечивающим обращение в нуль тангенциальных составляющих напряженности электрического поля на стенках волновода. Его компоненты имеют вид

$$G_E^1 = \frac{2}{ab} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_{nm}|x_3-y_3|}}{\gamma_{nm}(1+\delta_{0n})} \cos \frac{\pi n}{a} x_1 \sin \frac{\pi m}{b} x_2 \cos \frac{\pi n}{a} y_1 \sin \frac{\pi m}{b} y_2, \quad (1.7)$$

$$G_E^2 = \frac{2}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_{nm}|x_3-y_3|}}{\gamma_{nm}(1+\delta_{0m})} \sin \frac{\pi n}{a} x_1 \cos \frac{\pi m}{b} x_2 \sin \frac{\pi n}{a} y_1 \cos \frac{\pi m}{b} y_2, \quad (1.8)$$

$$G_E^3 = \frac{2}{ab} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_{nm}|x_3-y_3|}}{\gamma_{nm}} \sin \frac{\pi n}{a} x_1 \sin \frac{\pi m}{b} x_2 \sin \frac{\pi n}{a} y_1 \sin \frac{\pi m}{b} y_2. \quad (1.9)$$

В этих выражениях $\gamma_{nm} = \sqrt{(\pi n/a)^2 + (\pi m/b)^2 - k_0^2}$, при этом ветвь квадратного корня выбирается так, чтобы $\text{Im } \gamma_{nm} \geq 0$.

Утверждение 1.1. Тензор Грина \hat{G}_E допускает представление

$$\hat{G}_E = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik_0|x-y|}}{|x-y|} \hat{I} + \hat{g}(x, y), \quad x, y \in P, \quad (1.10)$$

где матрица-функция (тензор) $\hat{g} \in C^\infty(\bar{Q} \times \bar{P})$ и $\hat{g} \in C^\infty(\bar{P} \times \bar{Q})$.

1.3 Объемное сингулярное интегральное уравнение. Пусть решения краевых задач (1.1)–(1.4) и (1.5)–(1.6) существуют и единственны. Перепишем (1.1) в эквивалентной форме:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\omega\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{j}_E, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad (1.11)$$

$$\mathbf{j}_E = \mathbf{j}_E^0 + \mathbf{j}_E^p. \quad (1.12)$$

В последнем равенстве $\mathbf{j}_E^p = -i\omega(\hat{\epsilon}(x) - \epsilon_0 \hat{I})\mathbf{E}$ – электрический ток поляризации.

Решение краевой задачи (1.11) имеет вид

$$\mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{A}_E - \frac{1}{i\omega\epsilon_0} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}_E, \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}_E, \quad (1.13)$$

$$\mathbf{A}_E = \int_P \hat{G}_E(r) \mathbf{j}_E(y) dy - \quad (1.14)$$

векторный потенциал электрического тока. Потенциал \mathbf{A}_E удовлетворяет уравнению

$$\Delta \mathbf{A}_E + k_0^2 \mathbf{A}_E = -\mathbf{j}_E. \quad (1.15)$$

Из соотношений (1.12)–(1.14) для поля \mathbf{E} следует интегродифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x) = & \mathbf{E}^0(x) + k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(r) \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y) dy + \\ & + \operatorname{grad} \operatorname{div} \int_Q \hat{G}_E(r) \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y) dy, \quad x \in Q. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Кроме того,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x) = & \mathbf{E}^0(x) + k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(r) \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y) dy + \\ & + \operatorname{grad} \operatorname{div} \int_Q \hat{G}_E(r) \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y) dy, \quad x \in P \setminus Q. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Утверждение 1.2. Пусть тело Q с кусочно-гладкой границей ∂Q характеризуется положительным тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon} \in L_\infty(Q)$ и $\hat{\epsilon}^{-1} \in L_\infty(Q)$. Пусть \mathbf{E}, \mathbf{H} и $\mathbf{E}^0, \mathbf{H}^0$ – единственные решения краевых задач (1.1)–(1.4) и (1.5)–(1.6) соответственно. Тогда существует и единственно решение $\mathbf{E} \in L_2(Q)$ уравнения (1.16). Обратно,

если $\mathbf{E} \in L_2(Q)$ – решение интегрального уравнения (1.16), то формулы (1.12)–(1.14), (1.17) дают решение краевой задачи для системы уравнений Максвелла (1.1), удовлетворяющее условию (1.4).

Утверждение 1.3. Пусть однородное уравнение (1.16) имеет только тривиальное решение и тензор диэлектрической проницаемости таков, что

$$\operatorname{ess\,sup}_{x \in Q} \left[\sum_{l,n=1}^3 \left| \frac{\epsilon_{ln}(x)}{\epsilon_0} - \delta_{ln} \right|^2 \right]^{1/2} < \left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right)^{-1}. \quad (1.18)$$

Тогда уравнение (1.16) однозначно разрешимо для любой правой части $\mathbf{E}^0 \in L_2(Q)$.

1.4 Задача определения диэлектрической проницаемости образца материала. Будем рассматривать задачу определения диэлектрической проницаемости образца неоднородного материала (в частности, нанокompозитного материала или метаматериала). Для этого будем решать обратную краевую задачу для определения тензорной диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(x)$ неоднородного тела, расположенного в волноводе. При этом магнитная проницаемость образца считается равной μ_0 .

Предположим, что $\pi/a < k_0 < \pi/b$. В этом случае в волноводе может распространяться только одна волна (мода), потому что $\operatorname{Im} \gamma_1^{(2)} = 0$, $\gamma_1^{(2)} = \sqrt{k_0^2 - \pi^2/a^2} > 0$ и $\operatorname{Im} \gamma_p^{(j)} > 0$ для всех p, j за исключением $p=1$ и $j=2$. Мы также предполагаем, что падающее поле имеет вид

$$\mathbf{E}^0(x) = \mathbf{e}_2 A^{(+)} i\omega\mu_0 \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x_1}{a} e^{-i\gamma_1^{(2)} x_3}. \quad (1.19)$$

Здесь $A^{(+)}$ – (известная) амплитуда распространяющейся волны, $\psi_1 = \cos \pi x_1/a$. Вычислив предел при $|x_3| \rightarrow \infty$ в (1.17), получим уравнение

$$\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}^0(x) + k_0^2 \int_Q G_E^2(r) \left(\left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y) \cdot \mathbf{e}_2 \right) dy, \quad x \in Q, \quad (1.20)$$

и, принимая во внимание условие на бесконечности (1.2) при $|x_3| \rightarrow \infty$,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_2 Q_1^{(+)} e^{-i\gamma_1^{(2)} x_3} i\omega\mu_0 \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x_1}{a} &= \mathbf{e}_2 A^{(+)} e^{-i\gamma_1^{(2)} x_3} i\omega\mu_0 \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x_1}{a} + \\ &+ \frac{k_0^2 \mathbf{e}_2}{ab\gamma_{10}} \int_Q \sin \frac{\pi x_1}{a} \sin \frac{\pi y_1}{a} e^{-i\gamma_1^{(2)}(x_3 - y_3)} \left(\left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y) \cdot \mathbf{e}_2 \right) dy. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Из этого следует асимптотическое уравнение

$$Q_1^{(+)} = A^{(+)} + k_0^2 \frac{1}{b\gamma_{10}i\pi\omega\mu_0} \int_Q \sin \frac{\pi y_1}{a} e^{i\gamma_1^{(2)} y_3} \left(\left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \mathbf{I} \right] \mathbf{E}(y) \cdot \mathbf{e}_2 \right) dy. \quad (1.22)$$

Предполагаем, что коэффициент $Q_1^{(+)}$ известен из эксперимента. Уравнение (1.22) – это дополнительное условие, из которого будет определяться диэлектрическая проницаемость материала. Коэффициент $Q_1^{(+)}$ зависит от круговой частоты ω .

Обратная задача определения тензорной диэлектрической проницаемости образца материала, помещенного в волновод, состоит в том, чтобы найти проницаемость по известному коэффициенту прохождения $Q_1^{(+)} = Q_1^{(+)}(\omega)$, измеренному на различных частотах.

В главе 2 «Двухслойный итерационный метод определения диэлектрической проницаемостей неоднородного анизотропного тела» рассмотрен метод определения диэлектрической проницаемости неоднородного анизотропного тела (в частности, образца нанокompозитного материала или метаматериала).

2.1 Формулировка двухслойного итерационного метода определения тензорной диэлектрической проницаемости неоднородного образца материала. Будем рассматривать обратную краевую задачу определения диэлектрической проницаемости тела в волноводе для случая кусочно-постоянной проницаемости. Решение обратной задачи в общем случае кусочно-непрерывной функции $\hat{\epsilon}(y), y \in Q$ значительно сложнее. Строго обоснованных методов решения для этой общей задачи, по-видимому, пока не предложено. В то же время кусочно-постоянная аппроксимация диэлектрической проницаемости, на наш взгляд, достаточна для приложений.

Будем предполагать, что тело Q содержится в параллелепипеде Π , который располагается в волноводе, $Q \subset \Pi$,

$$\begin{aligned} \Pi &= \{x : a_1 < x_1 < a_2, b_1 < x_2 < b_2, c_1 < x_3 < c_2\} \\ (0 &\leq a_1 < a_2 \leq a, 0 \leq b_1 < b_2 \leq b, c_1 < x_3 < c_2). \end{aligned}$$

Выберем равномерную прямоугольную сетку в Π размера $N_1 \times N_2 \times N_3$, образованную параллелепипедами

$$\begin{aligned} \Pi_{klm} &= \{x : x_{1,k} < x_1 < x_{1,k+1}, x_{2,l} < x_2 < x_{2,l+1}, x_{3,m} < x_3 < x_{3,m+1}\} \\ x_{1,k} &= a_1 + \frac{a_2 - a_1}{N_1} k, \quad x_{2,l} = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{N_2} l, \quad x_{3,m} = c_1 + \frac{c_2 - c_1}{N_3} m, \end{aligned}$$

где $k = 0, \dots, N_1 - 1, l = 0, \dots, N_2 - 1, m = 0, \dots, N_3 - 1$.

Пусть тело Q состоит из q подобластей Q_j таких, что $Q = \bigcup_j Q_j$, $Q_i \cap Q_j = \emptyset$, $i \neq j$. Кроме того, пусть подобласти Q_j состоят из объединения элементарных параллелепипедов сетки $Q_j = \bigcup_l \Pi_l$.

Пусть внутри волновода расположено неоднородное анизотропное тело, переменная диэлектрическая проницаемость которого описывается тензорной функцией $\hat{\epsilon}(y)$, $y \in Q$. Мы предполагаем, что $\hat{\epsilon}(y) = \hat{\epsilon}^{(j)}$ при $y \in Q_j$. Линейное пространство таких кусочно-постоянных тензоров обозначим через $L_N(Q)$. Оно связано с выбранным разбиением тела Q подобластями Q_j . Магнитная проницаемость тела считается постоянной и равной μ_0 . Случай переменной магнитной проницаемости (при постоянной диэлектрической проницаемости, равной ϵ_0) рассматривается аналогично и может быть получен простой заменой обозначений.

Введем ток:

$$\mathbf{J}(y) = \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \mathbf{I} \right] \mathbf{E}(y). \quad (2.1)$$

Тогда электрическое поле выражается через ток по формуле

$$\mathbf{E}(y) = \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{J}(y). \quad (2.2)$$

Уравнение (1.16) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \left[\frac{\hat{\epsilon}(x)}{\epsilon_0} - \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{J}(x) = & \mathbf{E}^0(x) + k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(x, y) \mathbf{J}(y) dy + \\ & + \text{grad div} \int_Q \hat{G}_E(x, y) \mathbf{J}(y) dy, \quad x \in Q. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Асимптотическое уравнение запишется в форме

$$Q_1^{(+)} = A^{(+)} + k_0^2 \frac{1}{b\gamma_{10}i\pi\omega\mu_0} \int_Q \sin \frac{\pi y_1}{a} e^{i\gamma_1^{(2)} y_3} \left[\frac{\hat{\epsilon}(y)}{\epsilon_0} - \mathbf{I} \right] \mathbf{E}(y) \cdot \mathbf{e}_2 dy. \quad (2.4)$$

Построим двухслойный итерационный процесс по формулам

$$\xi_n(y) = \left[\frac{\hat{\epsilon}_n(y)}{\epsilon_0} - \mathbf{I} \right]^{-1}, \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} & \xi_n(y)J_n(x) - k_0^2 \int_Q \widehat{G}(x, y) \mathbf{J}_n(y) dy - \\ & - \text{grad div} \int_Q \widehat{G}(x, y) \mathbf{J}_n(y) dy = E^0(x), x \in Q \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{E}_n(y) = \xi_n(y) \mathbf{J}_n(y), \quad (2.7)$$

$$F = A + k_0^2 \frac{1}{ab\gamma_{10}} \int_Q \sin\left(\frac{\pi y_1}{a}\right) e^{i\gamma_1^{(2)} y_3} \eta_{n+1}(y) \mathbf{E}_n(y) \cdot \mathbf{e}_2 dy, \quad (2.8)$$

где

$$\begin{aligned} F &= \frac{i\pi\omega\mu_0}{a} Q_1^{(+)}, \quad A = \frac{i\pi\omega\mu_0}{a} A^{(+)}, \\ \eta_n(y) &= \left[\frac{\widehat{\varepsilon}_n(y)}{\varepsilon_0} - \mathbf{I} \right], \quad \xi_n(y) = \eta_n^{-1}(y). \end{aligned} \quad (2.9)$$

По этим формулам вычисление производится следующим образом. Сначала выбираем начальное приближение $\widehat{\varepsilon}_0(y) = \varepsilon_e$ ($n=0$). Можно, например, выбрать $\varepsilon_e = \varepsilon_{eff}$, где ε_{eff} – эффективная диэлектрическая проницаемость тела, вычисленная как решение обратной краевой задачи с постоянной диэлектрической проницаемостью. Нельзя взять $\varepsilon_e = \varepsilon_0$, так как по формуле (2.7) нельзя будет определить электрическое поле. По формуле (2.8) вычисляется значение $\xi_0(y)$.

Далее по формуле (2.6) определяется ток $\mathbf{J}_n(y)$ как решение интегродифференциального уравнения. Затем по формуле (2.7) по току находим электрическое поле $\mathbf{E}_n(y)$. Данную процедуру проводим N раз при различных значениях $k_0 = (k_0^{(1)}, k_0^{(2)}, \dots, k_0^{(N)})$. Таким образом, получаем N значений полей $\mathbf{E}_n^{(1)}, \mathbf{E}_n^{(2)}, \dots, \mathbf{E}_n^{(N)}$ при различных $k_0 = (k_0^{(1)}, k_0^{(2)}, \dots, k_0^{(N)})$. На этом заканчивается вычисление на первом «слое».

При измерениях изменяются частоты $\omega^{(1)}, \omega^{(2)}, \dots, \omega^{(N)}$ (происходит сканирование по частоте); при этом волновое число изменяется по формуле $k_0^{(i)} = \omega^{(i)} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

На втором «слое» по известным значениям полей $\mathbf{E}_n^{(i)}(y)$ ($i=1, \dots, N$) из формулы (2.8) определяем новое значение $\eta_{n+1}(y)$. Напомним, что мы предполагаем $\eta_n(y) = \eta_n^{(j)}$ при $y \in Q_j$. Для этого потребуется произвести решение СЛАУ, составленной из уравнения (2.8). При этом коэффициенты прохождения $F_j = F(k_0^{(j)})$ находятся либо с помощью измерений, либо с помощью аналитического решения прямой задачи. Считаем, что $A=1$.

Формула (2.8) приводит к конечномерной системе линейных алгебраических уравнений $A\eta_{n+1} = B$, которая решается относительно неизвестных $\eta_{n+1}^{(j)}$ ($j = 1, \dots, q$).

Далее проверяется выполнение неравенств $\|\eta_{n+1}^{(i)}(y) - \eta_n^{(i)}(y)\| < \delta$ ($i = 1, \dots, q$), в котором оцениваются величины $\|\eta_{n+1}^{(i)}(y) - \eta_n^{(i)}(y)\|$ в некоторой норме с заданной точностью $\delta(>0)$. Если требуемая точность достигнута для каждого $\eta_{n+1}^{(i)}$ ($i = 1, \dots, q$), то вычисления прекращаются. Если требуемая точность не достигнута, то $\xi_{n+1}(y) := \eta_{n+1}^{-1}(y)$, $n := n + 1$ и вычисления повторяются с формулы (2.6).

В качестве искомого выбирается значение для относительной диэлектрической проницаемости $\frac{\hat{\varepsilon}_n(y)}{\varepsilon_0} = \eta_n(y) + I$.

Если искомая функция $\hat{\varepsilon}(y)$ имеет N параметров, то необходимы результаты N различных измерений. Если $\hat{\varepsilon}(y)$ – скалярная функция, то $N = q$. Если $\hat{\varepsilon}(y)$ – диагональный тензор, то $N = 3q$. Если $\hat{\varepsilon}(y)$ – симметричный тензор, то $N = 6q$. Если $\hat{\varepsilon}(y)$ – тензор общего вида, то $N = 9q$. При этом пространство $L_N(Q)$ будет иметь размерность N .

2.2 Теоремы о разрешимости обратной задачи и о сходимости итерационного метода. Для обоснования применения двухслойного процесса определения функции $\varepsilon(x)$ при сделанных предположениях необходимо доказать однозначную разрешимость СЛАУ и сходимость итерационного метода (2.5)–(2.7).

В этом параграфе предполагаем, что $\varepsilon(x) \in L_N(Q)$ скалярная (не тензорная) функция, т.е. тело изотропно, поэтому $N = q$.

Запишем итерационный метод в операторной форме:

$$(\xi_n I + S^{(i)}) \mathbf{J}_n^{(i)} = \mathbf{E}^{(0,i)} \quad (i = 1, \dots, N), \quad (2.10)$$

$$\mathbf{E}_n^{(i)} = \xi_n \mathbf{J}_n^{(i)} \quad (i = 1, \dots, N), \quad (2.11)$$

$$A_N \eta_{n+1} = B, \quad (2.12)$$

$$\xi_{n+1} = \eta_{n+1}^{-1}. \quad (2.13)$$

Здесь I – единичный оператор,

$$S\mathbf{J} = k_0^2 \int_Q \hat{G}(x, y) \mathbf{J}(y) dy + \text{grad div} \int_Q \hat{G}(x, y) \mathbf{J}(y) dy - \quad (2.14)$$

линейный ограниченный оператор $S: L_2(Q) \rightarrow L_2(Q)$; $S = S^{(i)}$ для $k_0 = k_0^{(i)}$. Уравнения (2.10), (2.11) рассматриваются в пространстве $L_2(Q)$.

Объединив эти уравнения, будем иметь:

$$\mathbf{E}_n^{(i)} = \xi_n \left(\xi_n I + S^{(i)} \right)^{-1} \mathbf{E}^{(0,i)} \quad (i=1, \dots, N), \quad (2.15)$$

$$\eta_{n+1} = A_N^{-1} B, \quad (2.16)$$

предполагая, что существует $A_N^{-1} = A_N^{-1}(\eta_n)$. Тогда

$$\eta_{n+1} = F(\eta_n) B, \quad (2.17)$$

где функция

$$F(\eta_n) \equiv A_N^{-1} \left((I + \eta_n S)^{-1} \mathbf{E}^0 \right) \quad (2.18)$$

зависит от η_n . Функцию (2.18) можно рассматривать как матрицу-функцию N переменных $\eta_n^{(1)}, \dots, \eta_n^{(N)}$. Пусть $\eta_n = (\eta_n^{(1)}, \dots, \eta_n^{(N)})^T \in R_\infty^N$ – вектор из пространства R_∞^N с нормой $\|\cdot\|_\infty$.

Теорема 2.1. Пусть существует $F(\eta_e)$ для некоторого η_e и верно $\eta_e = F(\eta_e) B_e$. Тогда найдутся такие $r > 0$ и $M(> 0)$, что при выполнении условий $\max_{\eta \in B_r(\eta_e)} \|F(\eta) - F(\eta_e)\| \|B\|_\infty + \|F(\eta_e)\| \|B - B_e\|_\infty \leq r$ и $\|B\|_\infty < M^{-1}$ отображение $F(\bullet)B: B_r(\eta_e) \rightarrow B_r(\eta_e)$ является сжимающим, итерационный процесс (2.17) сходится к точному (единственному) решению $\eta \in B_r(\eta_e)$ уравнения

$$\eta = F(\eta) B \quad (2.19)$$

со скоростью геометрической прогрессии с показателем $q_0 := \|B\|_\infty M (< 1)$ при любом начальном приближении $\eta_0 \in B_r(\eta_e)$.

Теорема 2.2. Пусть существует $F(\eta_e)$ для некоторого η_e и верно $\eta_e = F(\eta_e) B_e$. Тогда найдутся такие $r > 0$ и $M(> 0)$, что при выполнении условий $\max_{\eta \in B_r(\eta_e)} \|F(\eta) - F(\eta_e)\| \|B\|_\infty + \|F(\eta_e)\| \|B - B_e\|_\infty \leq r$ и $\|B\|_\infty < M^{-1}$ существует единственное решение уравнения $\eta = F(\eta) B$ (обратной краевой задачи) $\eta \in B_r(\eta_e)$.

Теорема 2.3. Пусть существует $F(\eta_e)$ для некоторого η_e и верно $\eta_e = F(\eta_e) B_e$. Тогда найдутся такие $r > 0$ и $M(> 0)$, что при выполнении условий $\max_{\eta \in B_r(\eta_e)} \|F(\eta) - F(\eta_e)\| \|B\|_\infty + \|F(\eta_e)\| \|B - B_e\|_\infty \leq r$ и $\|B\|_\infty < M^{-1}$ имеет место оценка скорости сходимости итерационного метода (2.17):

$$\|\eta_n - \eta\| \leq \frac{q_0^n}{1 - q_0} \|F(\eta_e)B - \eta_e\|, \quad (2.20)$$

где $q_0 := \|B\|_\infty M (< 1)$, η_e – начальное приближение, $\eta_n \in B_r(\eta_e)$ – приближенное решение, а $\eta \in B_r(\eta_e)$ – точное решение уравнения (2.17).

Теоремы 2.1–2.3 дают теоретическое обоснование предложенного итерационного метода.

2.3 Вычисления по двухслойному итерационному методу. Уравнение (2.6) решается численно, методом коллокации. Решение аппроксимируется кусочно-постоянной функцией, т.е. считаем, что $\mathbf{E}_n^{(i)}(y) = \mathbf{E}_n^{(i,l)}$ при $y \in \Pi_l$. Выпишем коэффициенты матрицы, считая тело изотропным, но неоднородным (в случае анизотропного тела система получается аналогично). Коэффициенты матрицы и правая часть вычисляются по формулам

$$A_{ij} = \sum_{l: \Pi_l \subset Q_j} \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{E}_n^{(i,l)} H_{il}, \quad (2.21)$$

$$H_{il} = \frac{h_2 a}{i\pi \sqrt{(k_0^{(i)})^2 - \frac{\pi^2}{a^2}}} \left(e^{i(z_{l0} + h_3/2) \sqrt{(k_0^{(i)})^2 - \frac{\pi^2}{a^2}}} - e^{i(z_{l0} - h_3/2) \sqrt{(k_0^{(i)})^2 - \frac{\pi^2}{a^2}}} \right) \times \\ \times \left(\cos\left(x_{l0} - \frac{h_1}{2}\right) - \cos\left(x_{l0} + \frac{h_1}{2}\right) \right), \\ B_i = \frac{(F_i - A)ab}{(k_0^{(i)})^2} \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} - (k_0^{(i)})^2}, \quad \gamma_1^{(2)} = \sqrt{k_0^2 - \frac{\pi^2}{a^2}}, \quad \gamma_{10} = \sqrt{\frac{\pi^2}{a^2} - k_0^2}. \quad (2.22)$$

Глава 3 «Метод коллокации для решения интегродифференциального уравнения на первом «слое» в итерационном методе».

3.1 Метод коллокации. Записав уравнение (2.10) в упрощенном виде $A\phi = f$ ($\phi, f \in X$), в гильбертовом пространстве $X = L_2(Q)$ рассмотрим метод коллокации.

Разобьем область Q на элементарные подобласти Π_i с кусочно-гладкими границами $\partial\Pi_i$ так, чтобы выполнялись условия $\Pi_i \cap \Pi_j = \emptyset$ при $i \neq j$ и $\bar{Q} = \bigcup_i \bar{\Pi}_i$. Выберем в каждой подобласти Π_i точку (узел) коллокации x^i . Рассмотрим базисные функции $v_i(x) = \begin{cases} 1, x \in \Pi_i, \\ 0, x \notin \Pi_i. \end{cases}$ Пусть

m -мерные подпространства X_m являются линейными оболочками базисных функций: $X_m = \text{span}\{v_1, \dots, v_m\}$. Для выбранных базисных функций выполняется условие аппроксимации $\forall x \in X \lim_{m \rightarrow \infty} \inf_{y \in X_m} \|x - y\| = 0$.

Представим приближенное решение в виде линейной комбинации базисных функций: $\varphi_m = \sum_{k=1}^m c_k v_k$. Подставив это представление в схему метода коллокации, получим систему линейных алгебраических уравнений для отыскания неизвестных коэффициентов c_k :

$$\sum_{k=1}^m c_k (Av_k)(x^j) = f(x^j), \quad j = 1, \dots, m.$$

В нашем случае правая часть f является гладкой функцией. В работе показано, что и функции $A\varphi_m$ тоже будут определены в точках коллокации.

3.2 Метод коллокации для решения интегродифференциального уравнения на первом слое. Рассмотрим конечномерные уравнения метода коллокации:

$$A_m u = b, \quad (3.1)$$

$$A_m = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix}.$$

Утверждение 3.2. Пусть тензор $\hat{\varepsilon}(x) \in L_N(Q)$ диагональный, вещественнозначный и $\varepsilon^{ll}(x) > \varepsilon_0, x \in \bar{Q}$ ($l = 1, 2, 3$). Тогда существует m_0 такое, что при $m \geq m_0$ решения уравнений (3.1) существуют и единственны.

Это утверждение устанавливает разрешимость конечномерных уравнений в методе коллокации.

3.3 Формирование матрицы коэффициентов в методе коллокации. Проинтегрировав компоненты тензора Грина по параллелепипеду

$$P_{i_1 i_2 i_3} = \left\{ (x_1, x_2, x_3) : i_1 \leq \frac{x_1}{h_1} \leq i_1 + 1, i_2 \leq \frac{x_2}{h_2} \leq i_2 + 1, i_3 \leq \frac{x_3}{h_3} \leq i_3 + 1 \right\} \quad \text{и обозначив}$$

их через G_1, G_2, G_3 , будем иметь:

$$G_1 = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_{nm}^0(x_3)}{\gamma_{nm}^2 nm} \cos(nX_1) \sin(mX_2) \cos(nH_1(i_1 + 0,5)) \times \\ \times \sin\left(\frac{nH_1}{2}\right) \sin(mH_2(i_2 + 0,5)) \sin\left(\frac{m}{2}H_2\right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2H_2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_{0m}^0(x_3)}{\gamma_{0m}^2 n} \sin(mX_2) \sin(mH_2(i_2 + 0,5)) \sin\left(\frac{m}{2}H_2\right); \\
G_2 = & \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_{nm}^0(x_3)}{\gamma_{nm}^2 nm} \sin(nX_1) \cos(mX_2) \sin(nH_1(i_1 + 0,5)) \times \\
& \times \sin\left(\frac{n}{2}H_1\right) \cos(mH_2(i_2 + 0,5)) \sin\left(\frac{mH_2}{2}\right) + \\
& + \frac{2H_1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{n0}^0(x_3)}{\gamma_{n0}^2 m} \sin(nX_1) \sin(nH_1(i_1 + 0,5)) \sin\left(\frac{n}{2}H_1\right); \\
G_3 = & \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_{nm}^0(x_3)}{\gamma_{nm}^2 nm} \sin(nX_1) \sin(mX_2) \sin(nH_1(i_1 + 0,5)) \times \\
& \times \sin\left(n\frac{H_1}{2}\right) \sin(mH_2(i_2 + 0,5)) \sin\left(m\frac{H_2}{2}\right).
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
X_1 = \frac{\pi x_1}{a}, X_2 = \frac{\pi x_2}{b}, Y_1 = \frac{\pi y_1}{a}, Y_2 = \frac{\pi y_2}{b}, H_1 = \frac{\pi h_1}{a}, H_2 = \frac{\pi h_2}{b}, \\
x_1 = j_1 h_1, x_2 = j_2 h_2, y_1 = i_1 h_1, y_2 = i_2 h_2,
\end{aligned}$$

$$f_{nm}^0(x_3) = \begin{cases} \exp(-(x_3 - (i_3 + 1)h_3)\gamma_{nm}) - \exp(-(x_3 - i_3 h_3)\gamma_{nm}), & x_3 > (i_3 + 1)h_3; \\ \exp(-(i_3 h_3 - x_3)\gamma_{nm}) - \exp(-((i_3 + 1)h_3 - x_3)\gamma_{nm}), & x_3 < i_3 h_3; \\ 2 - \exp(-(x_3 - i_3 h_3)\gamma_{nm}) - \exp(-((i_3 + 1)h_3 - x_3)\gamma_{nm}), & i_3 h_3 < x_3 < (i_3 + 1)h_3. \end{cases}$$

В выражениях для компонент тензора Грина и их производных аналитически суммируются медленно сходящиеся ряды. Это позволяет вычислять матричные элементы в численном методе с гарантированной точностью.

В главе 4 «Особенности реализации и тестирования итерационного метода» представлены особенности программной реализации итерационного метода и аналитические решения задач дифракции на одной секции в волноводе и двух секциях в волноводе, которые используются как модельные для сравнения численных и аналитических результатов, а также при тестировании метода и программы.

4.1 Параллельный алгоритм формирования матрицы. Для решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих в работе, используются методы решения теплицевых систем. Наиболее эффективным для данного класса задач является параллельный алгоритм метода сопряженных градиентов для систем линейных алгебраических уравнений с матрицами, представленными суммой двух трехуровневых матриц, одна из которых имеет блочно-теплицевую структуру, а другая легко вычисляется и не требует хранения в памяти компьютера.

4.2 Аналитические решения в частных случаях для задач дифракции. Пусть тело Q представляет собой секцию волновода: $Q = \{x: 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, 0 < x_3 < c\}$.

Будем предполагать, что размеры волновода удовлетворяют условию $\pi a^{-1} < k_0 < \pi b^{-1}$. Считаем, что падающее поле имеет вид

$$E = A \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) e^{-i\gamma_1 x_3} \mathbf{e}_2. \quad (4.1)$$

Коэффициент A известен, для коэффициента прохождения F получаем формулу

$$F = -2A\gamma_1 e^{i\gamma_1 c} \gamma^{-1} \left(\left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^2 e^{-i\gamma c} - \left(1 + \frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^2 e^{i\gamma c} \right)^{-1}. \quad (4.2)$$

Аналогичные формулы получены для случая двух секций волновода с различной диэлектрической проницаемостью. Аналитические решения модельных задач используются для тестирования численного метода.

В главе 5 «Вычислительная сходимость и тестирование итерационного метода» представлены результаты расчетов, полученных с помощью программы. В разделе 5.1 проведен анализ вычислительной сходимости метода. В разделе 5.2 представлены результаты сравнения численных и аналитических решений для ряда задач.

5.1 Анализ вычислительной сходимости метода. На рисунке 1 представлены результаты расчетов относительной диэлектрической проницаемости образца материала в волноводе двухслойным итерационным методом. Параметры волновода $a = 2$; $b = 1$; $c = 2$; начальное приближение $\epsilon_{\text{нач}} = 1,6$, точное значение $\epsilon = 1,7$, построена вещественная часть значения ϵ для 50 итераций

5.2 Результаты расчетов определения диэлектрической проницаемости образца материала и сравнение с аналитическими решениями. В таблице 1 представлены результаты расчетов для случая неоднородного тела, состоящего из двух секций:

$$Q_1 = \{x: 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, 0 < x_3 < c_1\},$$

$$Q_2 = \{x: 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, c_1 < x_3 < c\}.$$

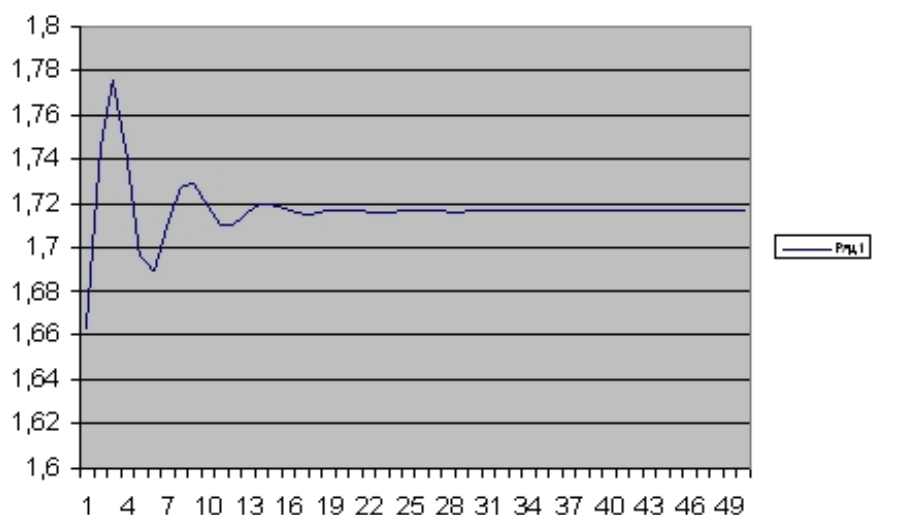


Рисунок 1 – Результаты расчетов относительной диэлектрической проницаемости образца материала в волноводе двухслойным итерационным методом

Таблица 1 – Расчет относительной диэлектрической проницаемости в зависимости от количества итераций

Количество итераций	Значение ε в первой секции	Значение ε во второй секции
1	$1,1442211 - i0,0018885104$	$1,1547399 - i0,00087996185$
2	$1,1440666 + i0,00031775959$	$1,1574058 - i0,004368522$
3	$1,140544 + i0,0077741992$	$1,1624472 - i0,0096281959$
4	$1,1316639 + i0,011875111$	$1,1695469 - i0,012195842$
5	$1,1253693 + i0,010341899$	$1,1745528 - i0,012229604$
6	$1,1238371 + i0,010211105$	$1,1776618 - i0,013340704$
7	$1,1209914 + i0,013582285$	$1,181974 - i0,015370148$
8	$1,114805 + i0,015177354$	$1,1873796 - i0,015540706$
9	$1,1098722 + i0,013085815$	$1,1913597 - i0,013888457$
10	$1,1080044 + i0,011108461$	$1,1937901 - i0,01250952$
11	$1,1062838 + i0,010900297$	$1,1962147 - i0,011620387$
12	$1,1033408 + i0,010241321$	$1,1987555 - i0,010081171$
13	$1,1009931 + i0,0080135619$	$1,2004106 - i0,0078635895$
14	$1,1002929 + i0,0057195404$	$1,2010552 - i0,005890436$
15	$1,1001548 + i0,0044050605$	$1,2013838 - i0,0044480784$
16	$1,0996759 + i0,0034048383$	$1,2016867 - i0,0031334373$
17	$1,0992887 + i0,0020517684$	$1,2017066 - i0,0017845466$
18	$1,099517 + i0,00071302208$	$1,2013461 - i0,00066606828$
19	$1,1000676 - i0,00010505475$	$1,2008618 + i6,8213645e-005$

Параметры задачи: $a = 2$, $b = 1$, $c = 2$, $c_1 = 1$, $k_0^{(1)} = 1,7$, $k_0^{(2)} = 1,6$, $N = 2$, $N_0 = 10$. Начальное значение относительной диэлектрической проницаемости равнялось $\varepsilon_e = 1,15$ в каждой секции. Точные значения равнялись $\varepsilon^{(1)} = 1,1$ в первой секции и $\varepsilon^{(2)} = 1,2$ во второй секции. На рисунке 2

представлена фигура тела сложной формы, для которой решалась задача определения диэлектрической проницаемости. Процесс сходимости приближенных значений к точному изображен на рисунке 3.

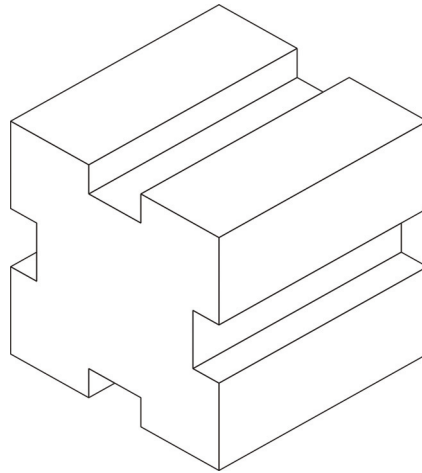


Рисунок 2 – Фигура тела сложной формы, для которой решалась задача

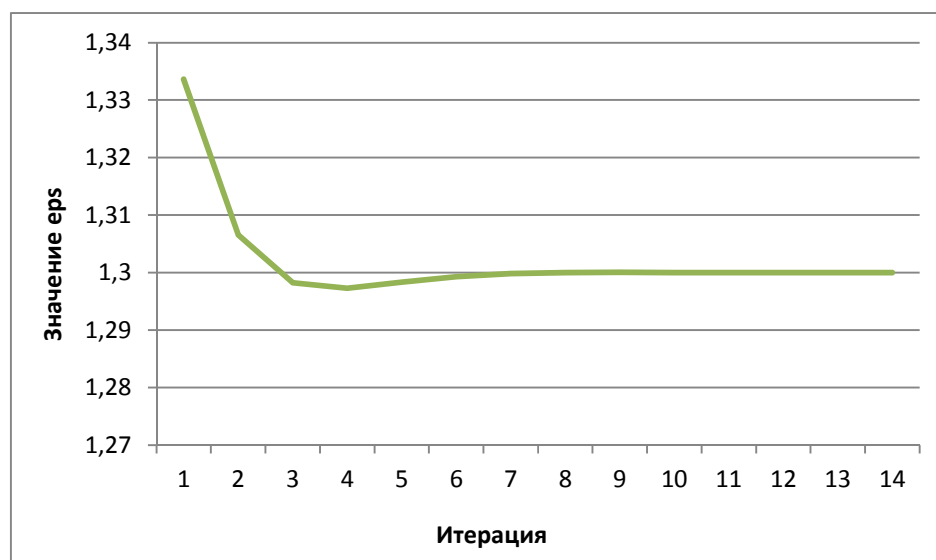


Рисунок 3 – Процесс сходимости приближенных значений вещественной части относительной диэлектрической проницаемости к точному, $\epsilon = 1,3$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1 Предложена постановка обратной краевой задачи определения анизотропной диэлектрической проницаемости неоднородного тела, помещенного в волновод, с помощью измерений коэффициента прохождения на различных частотах. Получены достаточные условия существования единственного решения задачи.

2 Предложен и обоснован двухслойный итерационный метод для численного решения обратной задачи, доказана теорема о сходимости метода и получены оценки скорости сходимости.

3 Численный метод реализован в виде пакета программ на языке Си. Метод и программы тестированы на модельных задачах. Выполнены расчеты для ряда конкретных обратных задач на суперкомпьютере НИВЦ МГУ «Чебышев».

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1 Васюнин, Д. И. Расчеты двухслойным итерационным методом диэлектрической проницаемости неоднородного образца материала / Д. И. Васюнин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2011. – № 2 (18) – С. 82–90.

2 Васюнин, Д. И. Итерационный метод определения диэлектрической проницаемости неоднородного образца материала / Д. И. Васюнин, Ю. Г. Смирнов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2011. – № 1 (17). – С. 20–30.

Публикации в других изданиях

3 Васюнин, Д. И. Двухслойный итерационный метод определения диэлектрической проницаемости неоднородного образца материала / Д. И. Васюнин // Надежность и качество – 2011 : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2011. – Т. 2. – С. 114–116.

4 Васюнин, Д. И. Двухслойный итерационный метод определения эффективной диэлектрической проницаемости образца материала / Д. И. Васюнин // Университетское образование : сб. ст. XV Междунар. науч.-метод. конф. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2011. – С. 241–244.

5 Васюнин, Д. И. Результаты расчетов двухслойным итерационным методом диэлектрической проницаемости образца материала / Д. И. Васюнин // Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем : сб. ст. V Междунар. науч.-техн. конф. молодых специалистов, аспирантов и студентов. – Пенза : Приволжский дом знаний, 2011. – С. 189–192.

6 Васюнин, Д. И. Метод коллокации решения объемного сингулярного интегрального уравнения в задаче определения диэлектрической проницаемости материала / Д. И. Васюнин, М. Ю. Медведик, Ю. Г. Смирнов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2009. – № 3 (11). – С. 68–78.

Научное издание

ВАСЮНИН Денис Игоревич

**ДВУХСЛОЙНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ
ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ПРОНИЦАЕМОСТИ ТЕЛА В ВОЛНОВОДЕ**

01.01.07 – Вычислительная математика

Подписано в печать 02.11.2011. Формат 60×84¹/₁₆.

Усл. печ. л. 1,21.

Заказ № 685. Тираж 100.

Пенза, Красная, 40, Издательство ПГУ
Тел./факс: (8412) 56-47-33; E-mail: iic@pnzgu.ru